

# Indagini di caratterizzazione dinamica di solai

G. Di Marco<sup>1</sup>, G. Fidotta<sup>2</sup>, E. Lo Giudice<sup>2</sup>, G. Sollami<sup>2</sup>

<sup>1</sup>Studio Lo Giudice- Di Marco, 92024 Canicattì (AG),

<sup>2</sup>DISMAT s.r.l., C.da Andolina, S.S. 122 – km 28 – 92024 Canicattì (AG),

tel. 0922 859406, fax 0922 853877.

[eliologiudice@dismat.it](mailto:eliologiudice@dismat.it), [pfidotta@gmail.com](mailto:pfidotta@gmail.com)

## 1. INTRODUZIONE

La presente memoria ha lo scopo di illustrare una metodologia d'indagine di solai mediante l'ausilio di prove dinamiche. L'obiettivo è valutare il comportamento statico di un gruppo di solai dello stesso edificio, omogenei per tipologia costruttiva, condizioni di vincolo, ecc., mediante l'ausilio di prove dinamiche. Operativamente, la metodologia prevede la preventiva taratura di un solaio campione, appartenente al gruppo dei solai da indagare, attraverso una prova di carico statica e una prova dinamica; la valutazione del comportamento dei rimanenti solai dello stesso gruppo, anziché essere effettuata con ulteriori prove statiche, può essere portata a termine mediante identificazione dinamica. Eseguire prove dinamiche in sostituzione alle classiche prove di carico porta, infatti, a indubbi vantaggi in termini di costi e di tempo.

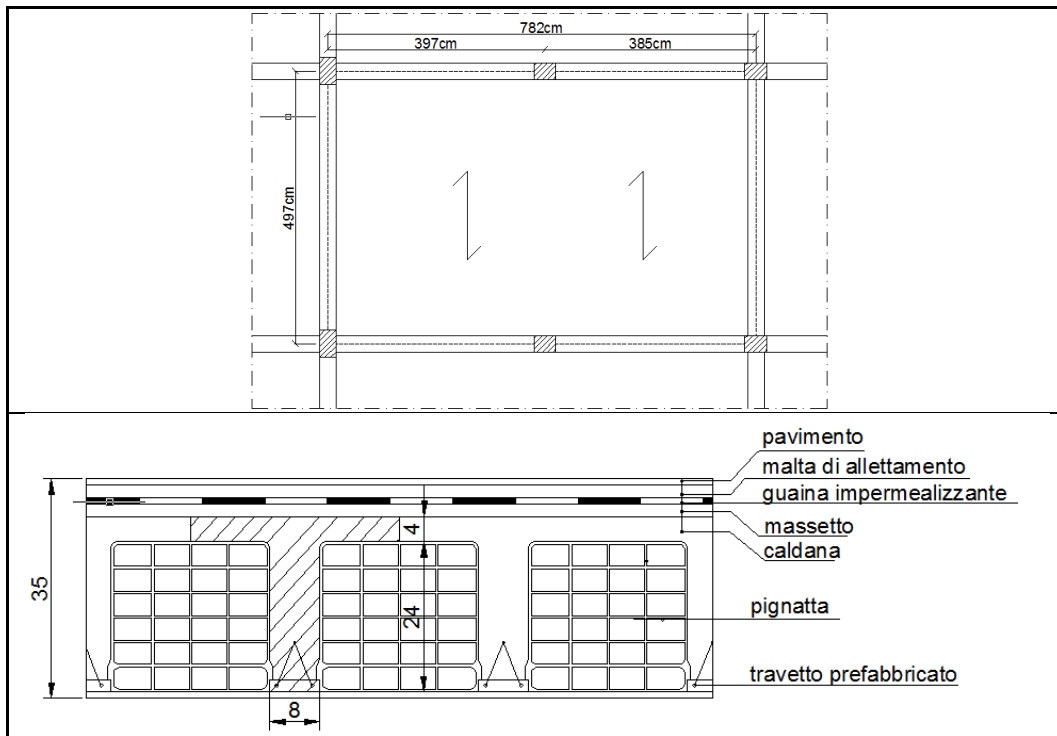
In generale la caratterizzazione dinamica consente, mediante tecniche d'identificazione, di valutare il comportamento in opera di sistemi strutturali confrontando le frequenze proprie misurate della struttura con quelle teoricamente prevedibili, funzioni della massa del sistema, delle sue caratteristiche elasto-geometriche e dei suoi vincoli [1], elaborate mediante un modello agli elementi finiti.

In questa sede si è deciso di effettuare la taratura del sistema a partire dalle sole frequenze fondamentali individuate dalla sperimentazione dinamica mediante lo studio delle funzioni di risposta in frequenza (FRF). Lo studio delle FRF prevede la conoscenza della forzante che eccita la struttura. L'identificazione delle frequenze strutturali è avvenuta mediante il Circle-fit method [2].

## 2. STRUTTURA INDAGATA

La struttura sottoposta a prova è un solaio in laterizio a travetti prefabbricati con soletta collaborante gettata in opera appartenente ad un fabbricato industriale in calcestruzzo armato. Il solaio è rettangolare di dimensioni pari a 782x497 cm, con interasse dei travetti pari a 33cm. Uno schema semplificato è riportato in seguito:





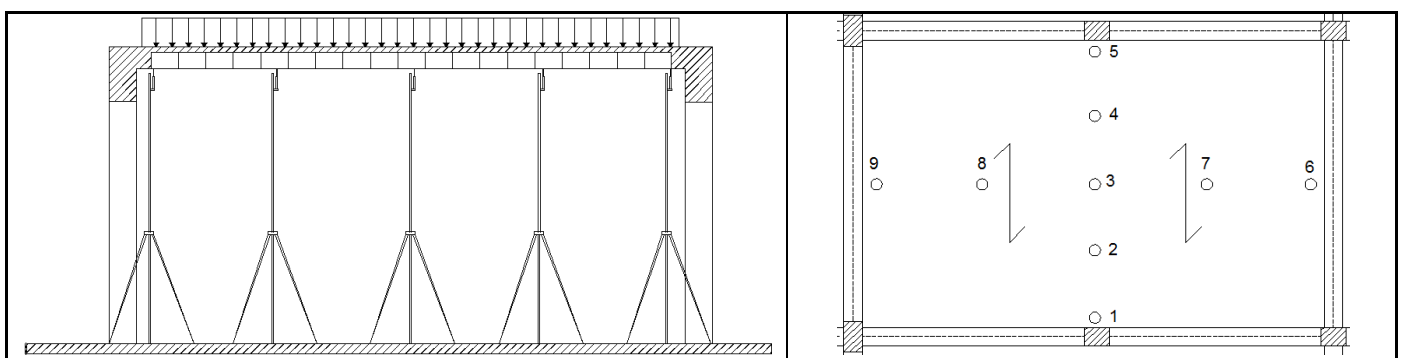
**Figura 1 - Contesto strutturale relativo al solaio di prova.**

I fattori che influenzano la risposta strutturale del solaio sono rappresentati dalla tipologia di vincoli presenti ai lati del solaio, dal modulo elastico, dallo spessore e dall'ortotropia del comportamento degli elementi costituenti il solaio.

### 3. ANALISI SPERIMENTALI

#### Analisi Statica

L'analisi statica sul solaio è stata condotta disponendo un carico lungo una striscia di solaio larga circa un metro in modo da interessare almeno tre travetti contigui. Il carico di prova è stato applicato gradualmente a intervalli di tempo regolari, acquisendo le letture degli spostamenti dai relativi strumenti di misura disposti in punti significativi. In particolare sia lungo la direzione di orditura dei travetti sia lungo la direzione ortogonale sono stati disposti dei trasduttori in mezzeria, ai quarti e in prossimità degli appoggi.

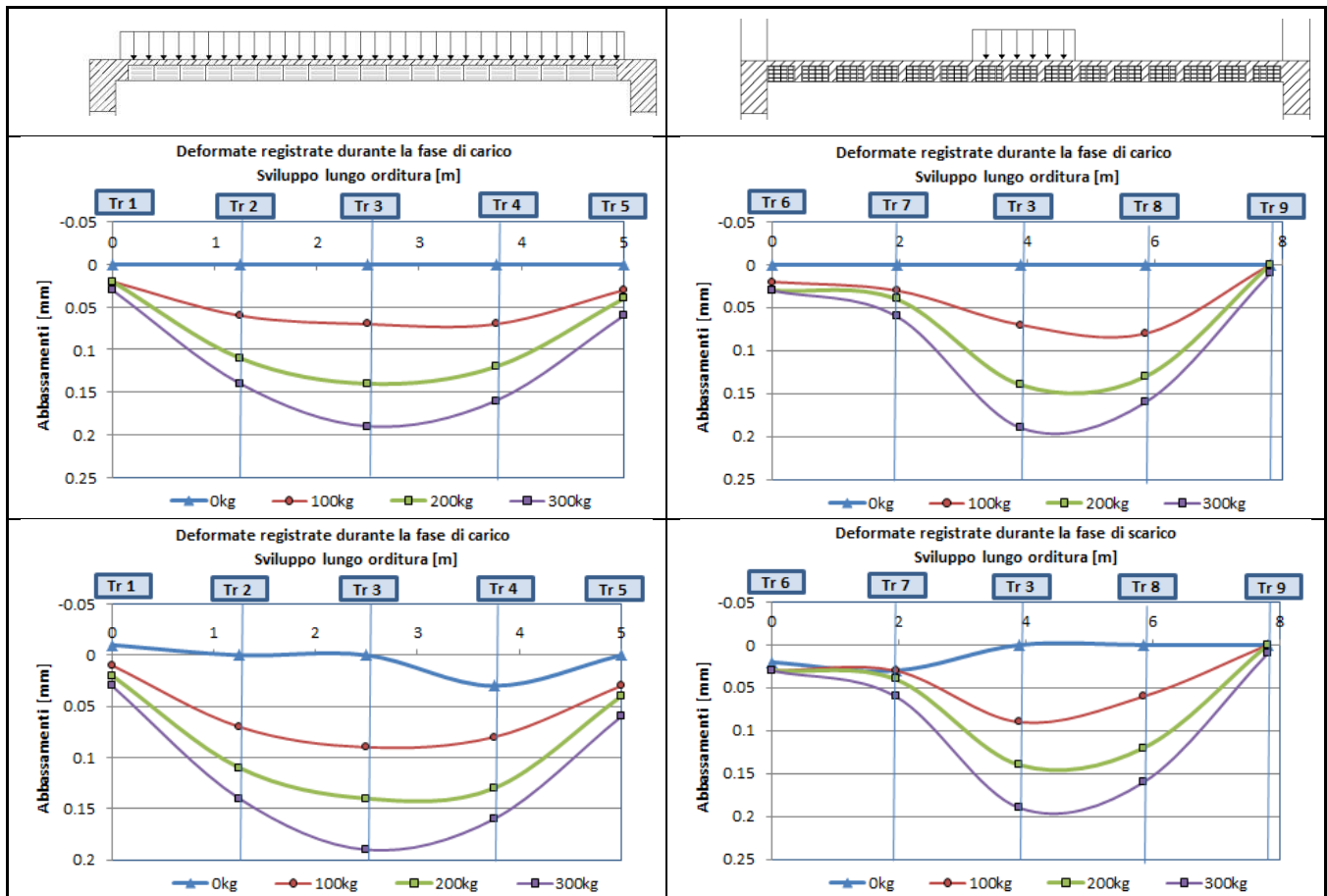


**Figura 2 – Schema della prova di carico.**

La prova ha condotto ai seguenti risultati:

**Tabella 1 – Risultati prova di carico.**

$\Delta_1$ [mm]	$\Delta_2$ [mm]	$\Delta_3$ [mm]	$\Delta_4$ [mm]	$\Delta_5$ [mm]	$\Delta_6$ [mm]	$\Delta_7$ [mm]	$\Delta_8$ [mm]	$\Delta_9$ [mm]
0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00
0.02	0.06	0.07	0.07	0.03	0.02	0.03	0.08	0.00
0.02	0.11	0.14	0.12	0.04	0.03	0.04	0.13	0.00
0.03	0.14	0.19	0.16	0.06	0.03	0.06	0.16	0.01
0.02	0.11	0.14	0.13	0.04	0.03	0.04	0.12	0.00
0.01	0.07	0.09	0.08	0.03	0.03	0.03	0.06	0.00
-0.01	0.00	0.00	0.03	0.00	0.02	0.03	0.00	0.00

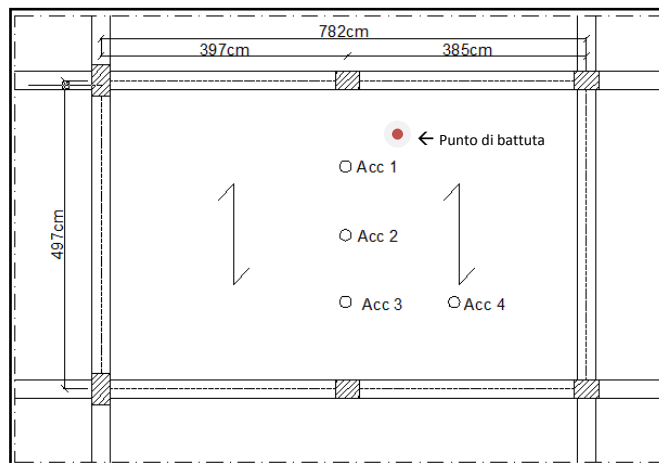


**Figura 3 – Deformate prova di carico.**

L'analisi statica ha consentito, in prima battuta di valutare la tipologia di vincoli strutturali del solaio utile, in seguito, per la creazione di un modello FEM compatibile con i vincoli riscontrati.

### **Analisi Dinamica**

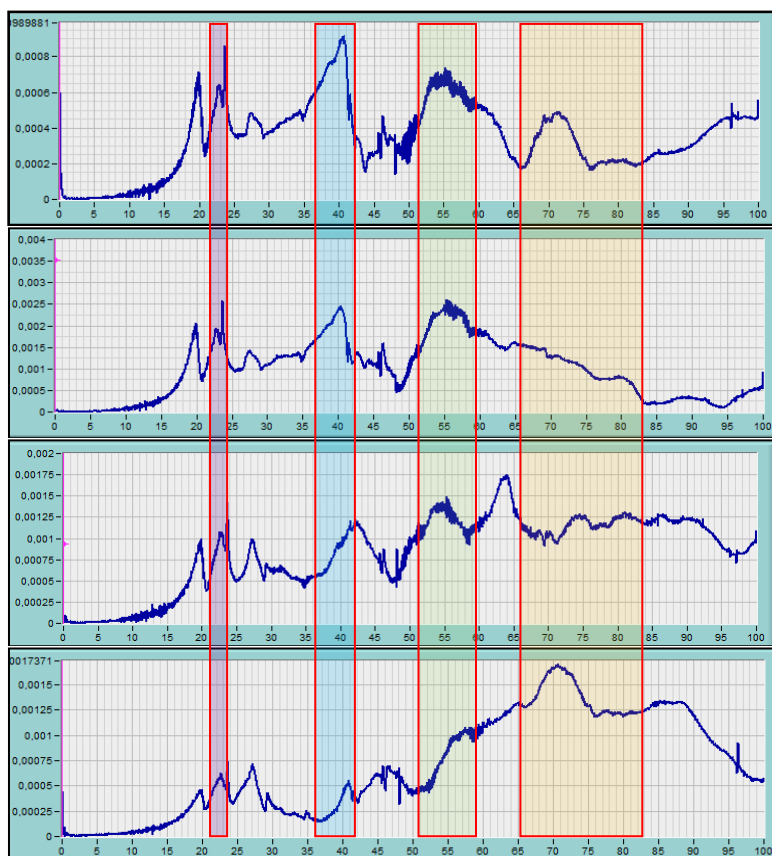
L'identificazione dinamica è stata condotta disponendo 4 accelerometri sul solaio (si veda Fig. 4). La scelta del posizionamento degli accelerometri sul piano è fatta sulla base delle predizioni dei modi di vibrare valutati mediante analisi numerica. Si è scelto di utilizzare accelerometri sismici per il rilievo alle basse frequenze.



**Figura 4 - Posizionamento accelerometri e punto di battuta.**

Sono state eseguite le registrazioni delle vibrazioni, in termini di accelerazioni, dovute agli impulsi generati dai colpi di una mazza strumentata; ciò ha permesso di calcolare le funzioni di trasferimento.

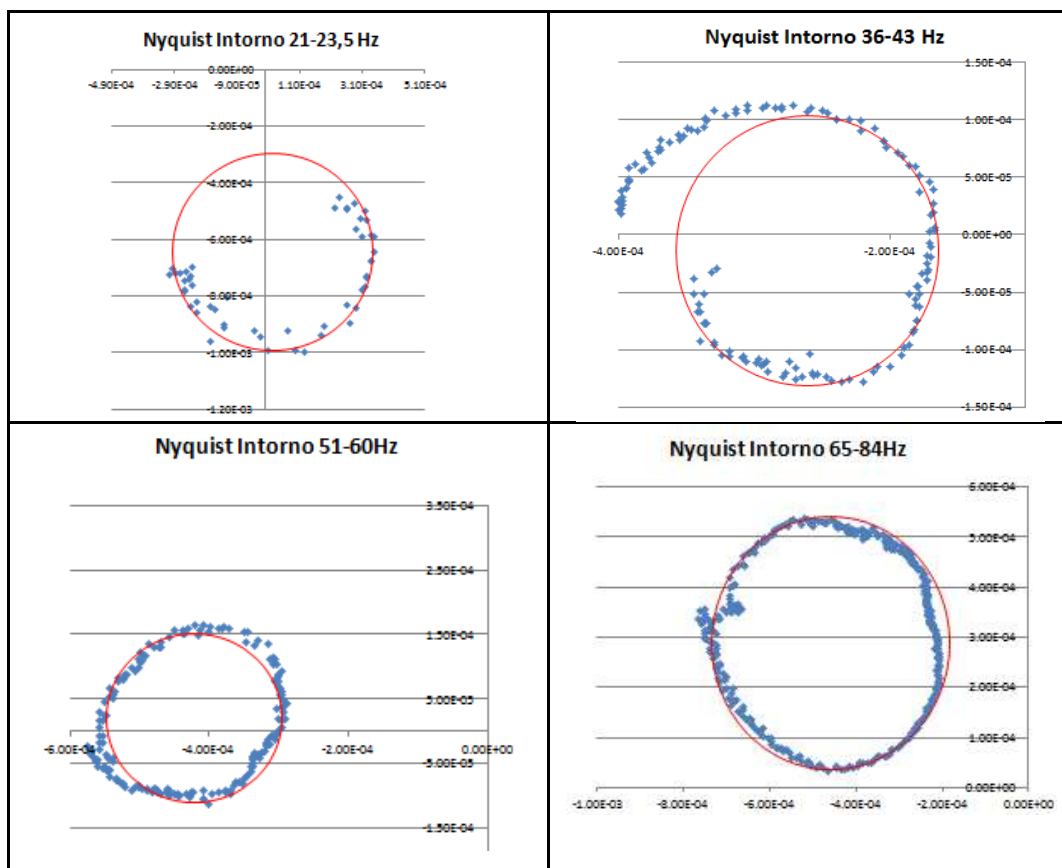
Il metodo utilizzato per la determinazione delle caratteristiche modali delle strutture nel dominio delle frequenze è il Basic Frequency Domain, noto anche come metodo Peak-Picking poiché la determinazione delle frequenze è ottenuta dalla frequenza corrispondente ai picchi nei grafici delle funzioni di risposta in frequenza.



**Figura 5 – Funzioni di Risposta in Frequenza.**

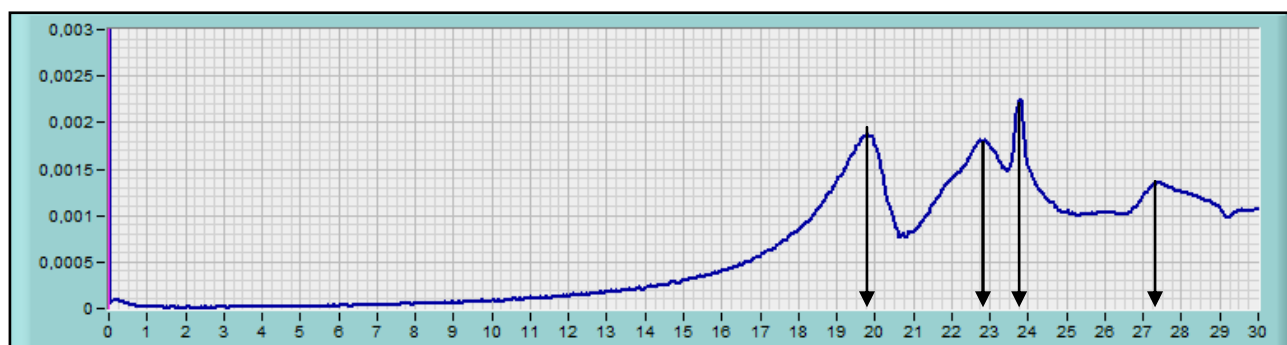
Le frequenze fondamentali sono, inoltre, individuate mediante analisi delle parti reali e immaginarie della funzione trasferimento; in particolare per ogni intorno di frequenza sono stati riportati i punti relativi alle componenti reali e immaginarie sul piano di

Nyquist. Come è noto, le coppie dei punti così costituiti formano una circonferenza nell'intorno di una frequenza propria del sistema.



**Figura 6 - Intorni delle frequenze nel piano di Nyquist.**

Come si può notare, la circonferenza relativa al primo modo di vibrare non è definita completamente, ciò è dovuto alla presenza di altre frequenze ravvicinate che determinano una sovrapposizione.



**Figura 7 - Presenza di picchi ravvicinati nell'intorno del primo modo.**

L'individuazione delle frequenza relativa al primo modo del solaio indagato non è stata immediata perché la struttura risentiva delle vibrazioni delle strutture adiacenti. Allo scopo di estrarre la prima frequenza si è pertanto deciso di eccitare le parti strutturali esterne al solaio mediante forzanti non monitorate e di leggere le risposte accelerometriche. In particolare si è visto che eccitando i due solai adiacenti a quello indagato si enfatizzavano le frequenze pari a 19,5 e 27,3 Hz. Queste pertanto sono state escluse nel computo delle frequenze appartenenti al solaio oggetto di studio. Anche il picco in corrispondenza della

frequenza pari a 24 Hz è stata esclusa perché corrispondente alla vibrazione indotta da un corpo scala in acciaio ancorato al solaio.

Scartate tutte le frequenze estranee, quelle proprie del solaio sono determinate all'interno dei ranges precedentemente individuati.

**Tabella 2 - Frequenze stimate.**

<b>Modo:</b>	Ranges [Hz]	Frequenza Media [Hz]
<b>Primo</b>	21 - 23,5	22,60
<b>Secondo</b>	36 - 43	41,50
<b>Terzo</b>	51 - 60	55,50
<b>Quarto</b>	65 - 84	74,50

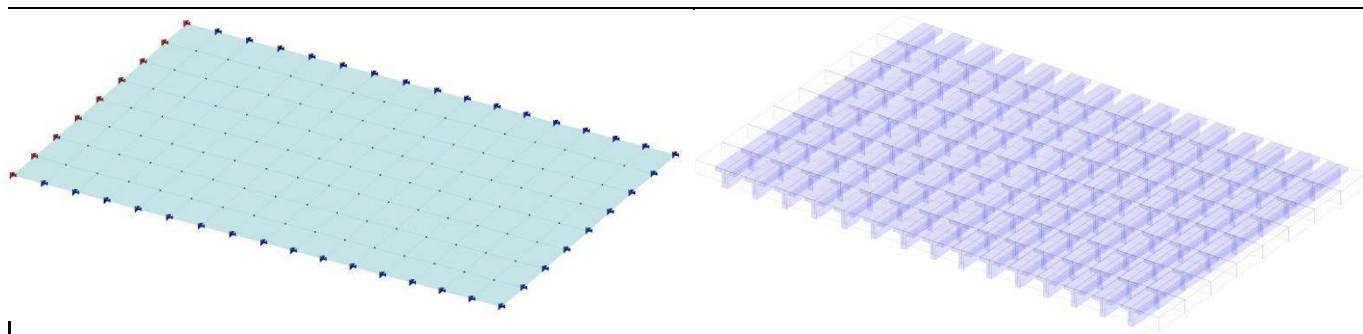
#### **4. TARATURA DEL MODELLO FEM**

Lo studio del comportamento di un solaio non può prescindere da un'attenta valutazione delle sue condizioni di vincolo. In generale, per questo tipo di elementi strutturali, si possono considerare due condizioni estreme all'interno delle quali va individuato il comportamento reale. Si considera, quindi, un modello di piastra incastrato ai quattro lati e un modello di piastra poggiato sui quattro lati. Nel caso specifico, disponendo di una prova di carico statica, si hanno a disposizione informazioni sulla configurazione deformata che il solaio assume sottoposto ad un determinato carico; in particolare, si nota come il suo comportamento sia assimilabile ad una piastra incastrata da un lato e poggiata sugli altri tre, si veda Fig. 3.

Il solaio è stato modellato tenendo dovutamente conto dell'ortotropia; al fine sono stati utilizzati elementi finiti di tipo trave, per modellare i travetti, insieme ad una piastra ortotropa a spessore costante necessaria al fine di trasferire le azioni ortogonalmente ai travetti.

La procedura d'identificazione dinamica consiste nell'attribuire ad una serie di parametri liberi (caratteristiche dei materiali, condizioni di vincolo, ecc.) valori tali da far sì che il modello riproduca con sufficiente accuratezza alcuni parametri di controllo (frequenze, forme modali) misurati sperimentalmente; nel caso specifico, come già detto, oltre all'informazione derivante dalla prova dinamica si ha, come parametro di confronto, la deformata ottenuta dalla prova di carico statica.

In Fig. 8 si mostra il modello agli elementi finiti utilizzato dove: i nodi contrassegnati dai simboli rossi rappresentano un incastro, mentre quelli in blu sono degli appoggi.

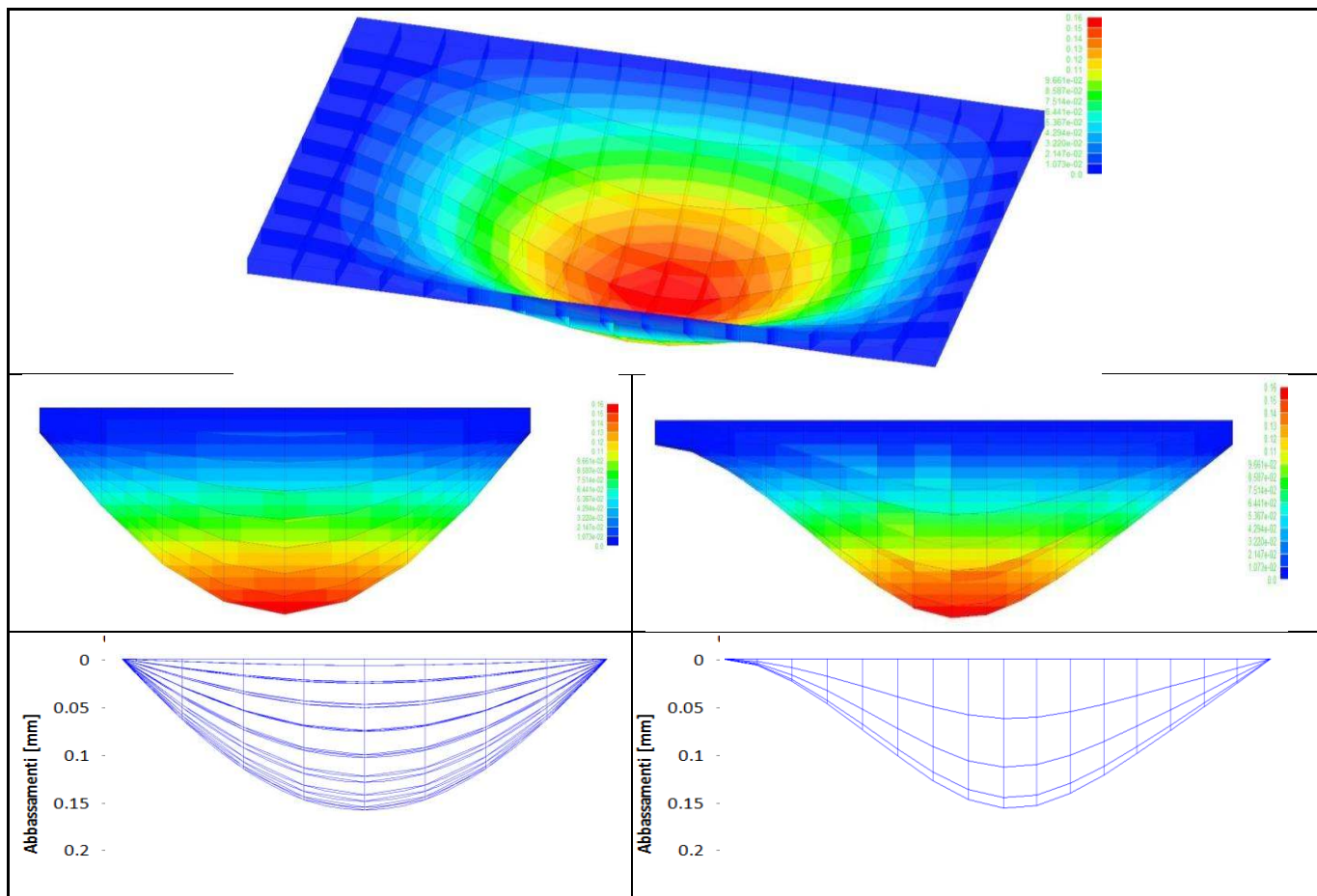


**Figura 8 – Modello agli elementi finiti.**

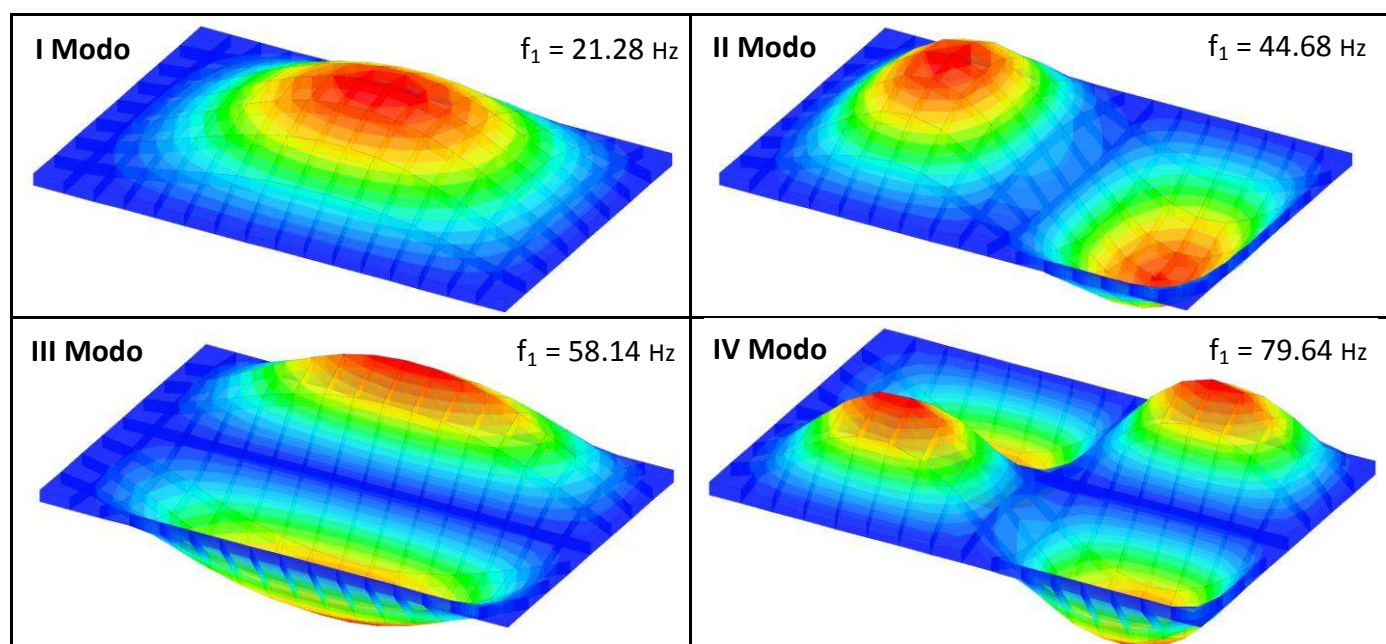


La Fig. 9 mostra la configurazione deformata del modello FEM in una simulazione della prova di carico statica. Si nota come l'andamento sia molto simile a quello visto sperimentalmente (si veda Fig.3).

La Fig. 10 mostra le configurazioni deformate per i primi quattro modi di vibrare.



**Figura 9 – Configurazioni deformate modello FEM, simulazione prova statica.**



**Figura 10 – Modi di vibrare modello FEM.**

La Tab. 3 riporta le frequenze rilevate sperimentalmente e quelle del modello agli elementi finiti.

**Tabella 3 – Frequenze solaio.**

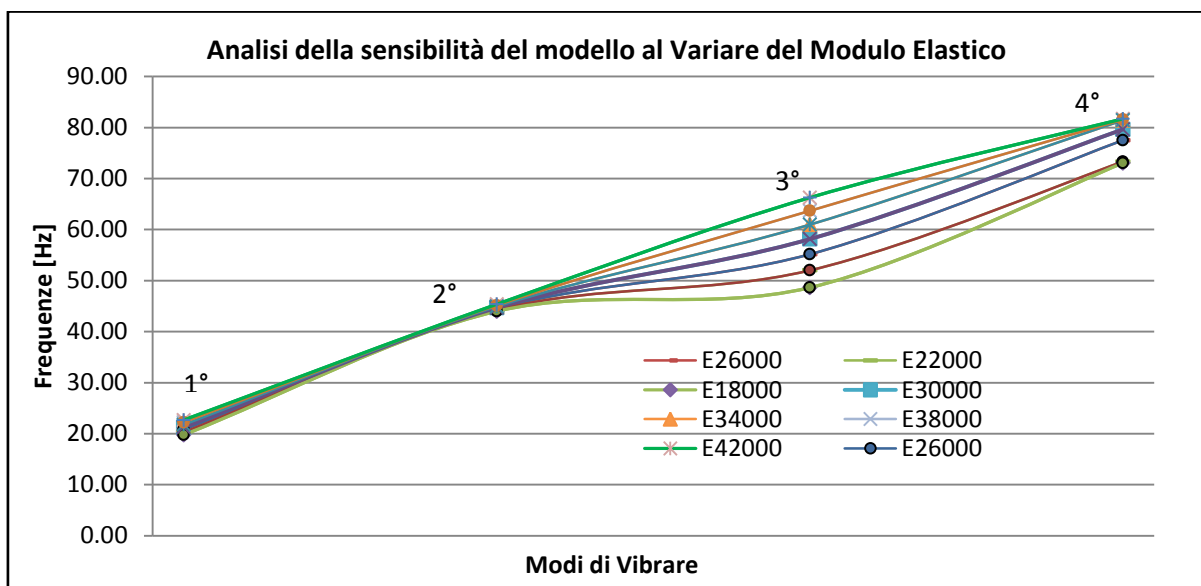
	$f_1$ [Hz]	$f_2$ [Hz]	$f_3$ [Hz]	$f_4$ [Hz]
<b>Sperimentali</b>	22.60	41.50	55.50	74.50
<b>Modello FEM</b>	21.28	44.68	58.14	79.64

Il buon accordo fra i due tipi di risultato, numerico e sperimentale, è stato raggiunto utilizzando un modulo elastico del calcestruzzo pari a  $E=30000$  Mpa.

Di seguito si propone lo studio della sensibilità del valore delle frequenze del sistema rispetto al modulo elastico del materiale; ciò costituisce una guida per comprendere se le differenze eventualmente rilevate rispetto al modello campione siano attribuibili a variazioni del modulo elastico.

**Tabella 4**

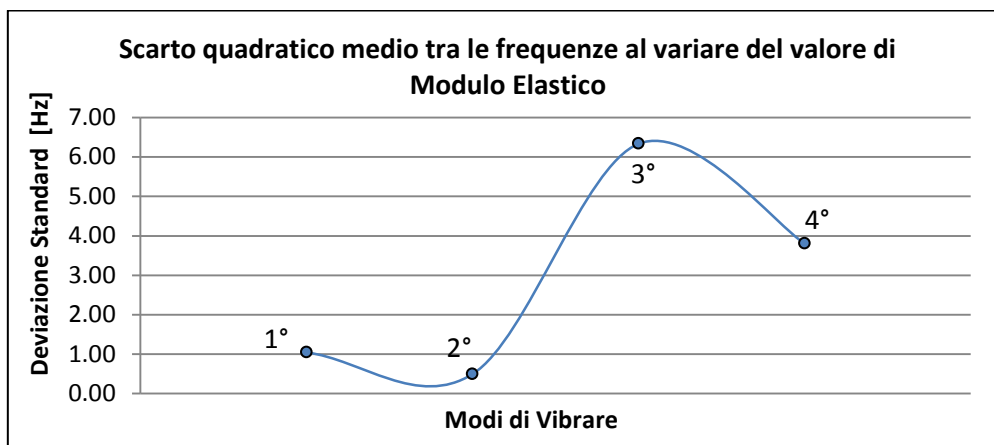
MODO	Frequenze in condizioni di appoggio						
	E=18000 [MPa]	E=22000 [MPa]	E=26000 [MPa]	E=30000 [MPa]	E=34000 [MPa]	E=38000 [MPa]	E=42000 [MPa]
<b>1</b>	19.78	20.30	20.80	21.28	21.76	22.23	22.68
<b>2</b>	43.99	44.22	44.45	44.68	44.91	45.14	45.36
<b>3</b>	48.63	52.00	55.16	58.14	60.97	63.67	66.26
<b>4</b>	73.04	73.31	77.51	79.64	81.44	81.56	81.69



**Figura 11 – Variaz. delle freq. al variare di E.**

La Tab.4 e la Fig. 11 mostrano come variano i valori delle prime quattro frequenze del solaio al variare del modulo elastico; in Fig. 12 è riportato l'andamento della deviazione standard.





**Figura 12 – Scarto quadratico medio della variazione di freq.**

La tabella seguente mostra l'incidenza, in termini percentuali, della variazione del modulo elastico sui valori delle frequenze.

**Variazione percentuale delle frequenze al variare del modulo E**

Variazione Modulo E	-40%	-26.67%	-13.33%	+13.33%	+26.67%	+40%
Var. freq. 1	-7.05 %	-4.61 %	-2.26 %	+2.26 %	+4.46 %	+6.58 %
Var. freq. 2	-1.54 %	-1.03 %	-0.51 %	+0.51 %	+1.03 %	+1.52 %
Var. freq. 3	-16.36 %	-10.56 %	-5.13 %	+4.87 %	+9.51 %	+13.97 %
Var. freq. 4	-8.29 %	-7.95 %	-2.67 %	+2.26 %	+2.41 %	+2.57 %

È possibile notare come a fronte di una variazione del modulo E del 40% la prima frequenza vari solo di circa il 7%.

## 5. CONCLUSIONI

Il metodo proposto, attraverso la preventiva taratura su di un solaio campione ed il successivo confronto delle risposte dinamiche con i solai indagati, permette di valutare anche il comportamento dei solai non sottoposti a prova di carico statica. Il parametro di confronto diventa quindi la risposta dinamica e più precisamente le prime frequenze fondamentali.

Nel caso in cui le frequenze rilevate per uno dei solai appartenenti al gruppo indagato siano significativamente diverse da quelle del solaio campione sarà necessario disporre ulteriori approfondimenti. Generalmente le cause di tali diversità sono da ricercare nelle condizioni di vincolo, nelle caratteristiche di rigidezza del materiale o in eventuali fessurazioni (dovute ad esempio ad azioni non previste in fase di progetto), poiché geometria e condizioni di carico sono, di solito, note.

## BIBLIOGRAFIA

- [1] G. Menditto, **Sull'impiego dell'analisi dinamica in alcune applicazioni dell'ingegneria strutturale**. Quaderno CIAS.
- [2] D.J. Ewins, **Modal Testing: Theory and Practice**. John Wiley & Sons Inc, USA, 1984.
- [3] Anil K. Chopra, **Dynamics of Structures**. Prentice-Hall, New Jersey, 2001.